



امتحان السداسي الأول في مقياس الميكانيك التطبيقية

في 2023/01/13
المدة ساعتان

سنة ثالثة : هندسة ميكانيكية

التمرين الأول:

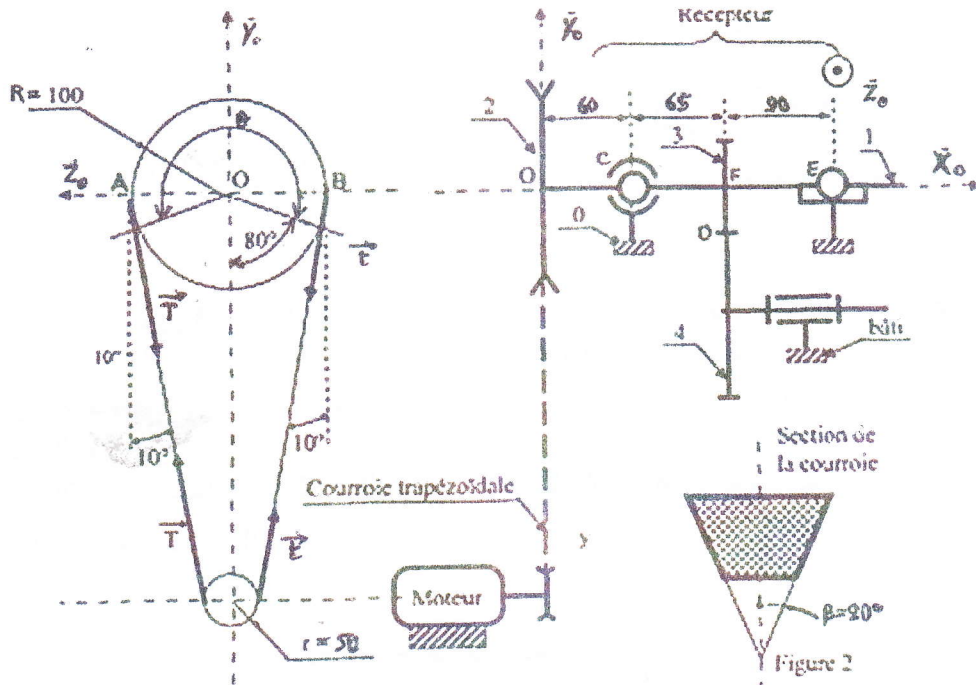
يمثل الشكل 1 نقل الحركة الدورانية من محرك كهربائي إلى جهاز استقبال عبر نظام البكرة والحزام. هذا عبارة عن ترس تخفيض يتكون من 3-4 تروس ذات أسنان مستقيمة. نفترض في ما يلي أن:

- يتم إهمال جميع أوزان الأجزاء.
- جميع الأجزاء صلبة وغير قابلة للتشوه.
- جميع الوصلات مثالية.

❖ عمل العجلة (4) على الترس الصغير (3) عند النقطة D هو: $\vec{F}_{4/3} = 90.\vec{Y}_0 + 270.\vec{Z}_0$

❖ نصف قطر الترس (3): $R_p = 36\text{mm}$

ملاحظة: كل القوى بـ N والأبعاد بـ mm



الشكل 1

المطلوب:

1. أ. أكتب الجهد T على شكل فاتل في النقطة A $\{T(\vec{T})/A\}_A$

$\{T(\vec{t})/B\}_A$ على شكل فاتل في النقطة A

ب. أكتب الفاتلين السابقين في المركز O $\{T(\vec{T})/A\}_O$ و $\{T(\vec{t})/B\}_O$

ج. استنتج الفاتل المكافئ $\{T(\vec{T}+\vec{t})/A\}_O$

2. بالنسبة للأحزمة V (حزام على شكل شبه منحرف)، العلاقة بين T و t تعطى بالعلاقة التالية: $\frac{T}{t} = e^{\frac{f_s \theta}{\sin \beta}}$

أحسب النسبة $\frac{T}{t}$ حيث معامل الاحتكاك السكوني هو $f_s = 0.15$.

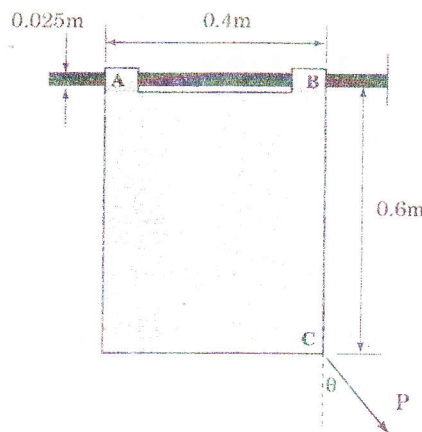
3. أكتب الفواتل السكونية للجهود الميكانيكية عند نقاط تطبيقها O, C, E, F و D . (أنظر الجدول)
4. أكتب جميع الفواتل السكونية في النقطة C مع العلم أن: $\vec{CD} = a\vec{X}_0 - Rp\vec{Y}_0$ ، $\vec{CE} = b.\vec{X}_0$ و $\vec{OC} = c.\vec{X}_0$
5. بتطبيق المبدأ الأساسي للسكن، أوجد قيم المجاهيل السكونية للوصلتين وتوترهما T و t .

Désignation de la liaison	Schématisme spatiale	Mobilités	Forces d'action mécanique	Schématisme plane
Pivot d'axe $(A, \vec{x})$		$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ Tr & Rot & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{Bmatrix} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{Bmatrix}$	
Pivot glissant d'axe $(A, \vec{x})$		$\begin{vmatrix} Tx & Rx \\ 0 & Rot \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{Bmatrix}$	
Appui plan de normale $(A, \vec{x})$		$\begin{vmatrix} 0 & 0 & Rx \\ Tr & Ty & Rot \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{Bmatrix} X_{12} & 0 \\ 0 & M_{12} \\ 0 & N_{12} \end{Bmatrix}$	
Rotule de centre A		$\begin{vmatrix} 0 & 0 & Rx \\ 0 & 0 & Ry \\ 0 & 0 & Rz \end{vmatrix}$	$\begin{Bmatrix} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & 0 \\ Z_{12} & 0 \end{Bmatrix}$	
Linearre annulaire d'axe $(A, \vec{x})$		$\begin{vmatrix} Tx & Rx \\ 0 & Rot \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{12} & 0 \\ Z_{12} & 0 \end{Bmatrix}$	

التمرين الثاني:

لوح معدني خفيف ملحوم بجلبنتين قصيرتين قطرها الداخلي 0.025m ويمكنهما الانزلاق على قضيب أفقي ثابت. معامل الاحتكاك بين الأكامم والقضيب هو $f_s = 0.4$. يتم استخدام سلك متصل بالزاوية C لتحريك اللوحة على طول القضيب. مع العلم أن السلك يقع في نفس المستوى الرأسي مثل اللوحة. افترض أن الأكامم تتلامس مع القضيب عند النقطتين A و B . أنظر الشكل 2.

- أوجد عبارة θ التي من أجلها يكون اللوح المعدني على وشك الحركة إلى اليمين ثم استنتج قيمة θ .
- ماذا تلاحظ بالنسبة لعبارة θ ، ماذا تستنتج؟



الشكل 2

حل امتحان السداسي الأول في مقياس الميكانيك التطبيقية



حل التمرين الأول: 14 نقطة

1. أ. كتابة فاتل كل من النقطتين A و B في مكان تطبيقهما:

$$\left\{ \vec{T}_A \right\}_A = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_A \quad \left\{ \vec{T}_B \right\}_B = \begin{Bmatrix} 0 \\ -t \cos 10 \\ t \sin 10 \end{Bmatrix}_B$$

ب. كتابة فاتل كل من النقطتين A و B في النقطة O:

$$\vec{M}_{A/O} = \vec{M}_{A/A} + \vec{OA} \wedge \vec{F}_A = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 100 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} 0 \\ -T \cos 10 \\ -T \sin 10 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 100T \cos 10 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_O$$

$$\Rightarrow \left\{ \vec{T}_A \right\}_O = \begin{Bmatrix} 0 & 100T \cos 10 \\ -T \cos 10 & 0 \\ -T \sin 10 & 0 \end{Bmatrix}_O$$

$$\vec{M}_{B/O} = \vec{M}_{B/B} + \vec{OB} \wedge \vec{F}_B = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -100 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} 0 \\ -t \cos 10 \\ t \sin 10 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -100t \cos 10 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_O$$

$$\Rightarrow \left\{ \vec{T}_B \right\}_O = \begin{Bmatrix} 0 & -100t \cos 10 \\ -t \cos 10 & 0 \\ t \sin 10 & 0 \end{Bmatrix}_O$$

ج. كتابة الفاتل المكافئ لفاتلي النقطتين A و B:

$$\left\{ \vec{T}_{A+B} \right\}_O = \left\{ \vec{T}_A \right\}_O + \left\{ \vec{T}_B \right\}_O = \begin{Bmatrix} 0 & 100T \cos 10 \\ -T \cos 10 & 0 \\ -T \sin 10 & 0 \end{Bmatrix}_O + \begin{Bmatrix} 0 & -100t \cos 10 \\ -t \cos 10 & 0 \\ t \sin 10 & 0 \end{Bmatrix}_O$$

$$\left\{ \vec{T}_{A+B} \right\}_O = \begin{Bmatrix} 0 & 100(T-t) \cos 10 \\ -(T+t) \cos 10 & 0 \\ (t-T) \sin 10 & 0 \end{Bmatrix}_O$$

2. حساب النسبة T/t:

من المعطيات لدينا: $f_s = 0.15$ و $\beta = 20^\circ = 0.34 \text{rd}$ و أيضا $\theta = 180 + 10 + 10 = 200^\circ = 3.49 \text{rd}$

$$\frac{T}{t} = e^{\frac{f_s \cdot \theta}{\sin \beta}} = e^{\frac{0.15 \times 3.49}{\sin 0.34}} \Leftrightarrow \frac{T}{t} = 4.6$$

3. كتابة الفاتل السكوني للجهود الميكانيكية عند نقطة تطبيقها O، C، D، F و E:

$$\left\{ \vec{T}_O \right\}_O = \begin{Bmatrix} 0 & 100(T-t) \cos 10 \\ -(T+t) \cos 10 & 0 \\ (t-T) \sin 10 & 0 \end{Bmatrix}_O \quad \left\{ \vec{T}_C \right\}_C = \begin{Bmatrix} X_C & 0 \\ Y_C & 0 \\ Z_C & 0 \end{Bmatrix}_C \quad \left\{ \vec{T}_F \right\}_F = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_F$$

$$\{T_D\}_D = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 90 & 0 \\ 270 & 0 \end{Bmatrix}_D, \quad \{T_E\}_E = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_E & 0 \\ Z_E & 0 \end{Bmatrix}_E$$

4. كتابة الفواصل السكونية في النقطة C:

$$1. \vec{M}_{O/C} = \vec{M}_{O/O} + \vec{CO} \wedge \vec{F}_O = \begin{Bmatrix} 100(T-t)\cos 10 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -60 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} 0 \\ -(T+t)\cos 10 \\ (t-T)\sin 10 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 100(T-t)\cos 10 \\ 60(t-T)\sin 10 \\ 60(T+t)\cos 10 \end{Bmatrix}_C$$



$$\Rightarrow \{\vec{T}_O\}_C = \begin{Bmatrix} 0 & 100(T-t)\cos 10 \\ -(T+t)\cos 10 & 60(t-T)\sin 10 \\ (t-T)\sin 10 & 60(T+t)\cos 10 \end{Bmatrix}_C$$

$$\vec{M}_{D/C} = \vec{M}_{D/D} + \vec{CD} \wedge \vec{F}_D = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 65 \\ -36 \\ 0 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} 0 \\ 90 \\ 270 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -9720 \\ -17550 \\ 5850 \end{Bmatrix}_C \Rightarrow \{\vec{T}_D\}_C = \begin{Bmatrix} 0 & -9720 \\ 90 & -17550 \\ 270 & 5850 \end{Bmatrix}_C$$

$$3. \vec{M}_{E/C} = \vec{M}_{E/E} + \vec{CE} \wedge \vec{F}_E = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 155 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} 0 \\ Y_E \\ Z_E \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -155Z_E \\ 155Y_E \end{Bmatrix}_C \Rightarrow \{\vec{T}_E\}_C = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_E & -155Z_E \\ Z_E & 155Y_E \end{Bmatrix}_C$$

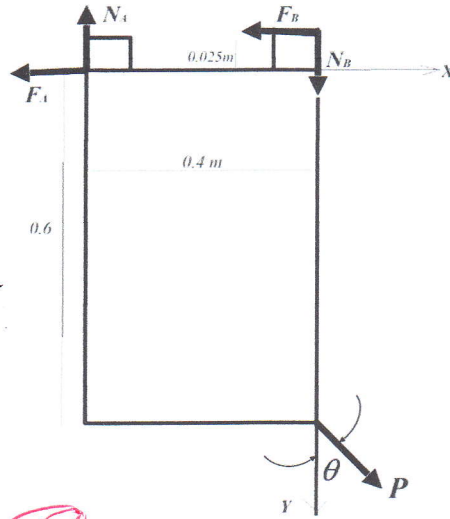
5. إيجاد قيم المجاهيل السكونية للوصلتين و التوترين في الحزام

$$\begin{cases} \frac{T}{t} = 4.6 \Rightarrow T = 4.6t \quad \text{et} \quad X_C = 0N \\ -(T+t)\cos 10 + Y_C + 90 + Y_E = 0 \Leftrightarrow Y_C = 157.4N \\ (t-T)\sin 10 + Z_C + 270 + Z_E = 0 \Rightarrow Z_C = -132.9N \\ 100(T-t)\cos 10 - 9720 = 0 \Rightarrow t = 2.4N \quad \text{et} \quad T = 126.1N \\ 60(t-T)\sin 10 - 17550 - 155Z_E = 0 \Leftrightarrow Z_E = -119.9N \\ 60(T+t)\cos 10 + 5850 + 155Y_E = 0 \Rightarrow Y_E = -96.2N \end{cases}$$

حل التمرين الثاني: 6 نقلا

1. إيجاد عبارة الزاوية θ التي من أجلها يكون اللوح المعدني على وشك الحركة:

نفرض أن $F_{\max A} = F_A$ و $F_{\max B} = F_B$



$$\sum_i \vec{F}_{ix} = \vec{0} \Leftrightarrow -P \sin \theta + F_A + F_B = 0 \quad (1) \quad (0.5)$$

$$\sum_i \vec{F}_{iy} = \vec{0} \Leftrightarrow N_B - N_A + P \cos \theta = 0 \quad (2) \quad (0.5)$$

On a aussi $F_A = f_s \cdot N_A$ et $F_B = f_s \cdot N_B$ (0.5)

$$\sum_i \vec{M}_{iB} = \vec{0} \Leftrightarrow -0.4 N_A - 0.025 F_A + 0.625 P \sin \theta = 0 \Leftrightarrow N_A (0.4 + 0.025 f_s) = 0.625 P \sin \theta \Rightarrow N_A = \frac{0.625 P \sin \theta}{(0.4 + 0.025 f_s)} \quad (0.5)$$

$$(2) \Leftrightarrow N_B = N_A - P \cos \theta = \frac{0.625 P \sin \theta}{(0.4 + 0.025 f_s)} - P \cos \theta = \frac{0.625 P \sin \theta - (0.4 + 0.025 f_s) P \cos \theta}{(0.4 + 0.025 f_s)} \quad (0.5)$$

$$(1) \Leftrightarrow -P \sin \theta + f_s \cdot N_A + f_s \cdot N_B = 0$$

$$\Leftrightarrow -P \sin \theta + \frac{0.625 \cdot f_s \cdot P \sin \theta}{(0.4 + 0.025 f_s)} + \frac{0.625 \cdot f_s \cdot P \sin \theta - (0.4 + 0.025 f_s) \cdot f_s \cdot P \cos \theta}{(0.4 + 0.025 f_s)} = 0$$

$$\Leftrightarrow -(0.4 + 0.025 f_s) \sin \theta + 0.625 \cdot f_s \cdot \sin \theta + 0.625 \cdot f_s \cdot \sin \theta - (0.4 + 0.025 f_s) \cdot f_s \cdot \cos \theta = 0$$

$$\Leftrightarrow (1.225 f_s - 0.4) \sin \theta = (0.4 + 0.025 f_s) \cdot f_s \cdot \cos \theta$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{(0.4 + 0.025 f_s) \cdot f_s}{(1.225 f_s - 0.4)} \Leftrightarrow \theta = \arctan \frac{(0.4 + 0.025 f_s) \cdot f_s}{(1.225 f_s - 0.4)} \quad (0.5)$$

ب. 1. استنتاج قيمة θ :

$$\theta = \arctan \frac{(0.4 \times 0.4 - 0.025 \times 0.4^2)}{(1.225 \times 0.4 - 0.4)} \Rightarrow \theta = 60^\circ \quad (0.5)$$

(0.5)

2. نلاحظ أن عبارة الزاوية θ لا تتعلق بقيمة القوة P المطبقة في النقطة C . بمأ أن شرط سكون و حركة اللوح غير مرتبط بالقوى فيمكن ان نستنتج أنه في حالة سكون اللوح المعدني سيكون بسبب ظاهرة قوس عقب (Arc-) (boutement) (0.5)